Problemi sulle macchine termiche

Premessa

Per una macchina termica ideale che esegue il suo ciclo operando tra le temperature estreme T_{min}, T_{Max}, assorbendo il calore Q_a dal serbatoio (sorgente) a temperatura T_{Max} e cedendo il calore Q_c al serbatoio a temperatura T_{min}, sussistono le seguenti relazioni

$$\eta_C = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{Max}} \qquad (1.*)$$ per il calcolo del rendimento ideale;

$$\eta_C = 1 - \frac{Q_{ceduto}}{Q_{assorbito}} \qquad (2.*)$$ per il calcolo del rendimento ideale;

$$Q_{assorbito} = L_{eseguito} + Q_{ceduto} \qquad (3.*)$$ fra le quantità di calore scambiate dal sistema gassoso macchina ed il lavoro eseguito.

Precisazioni

1) Il pedice C nel simbolo del rendimento η_C sta a ricordare che si tratta del rendimento di una macchina termica (ideale) di Carnot.
2) I valori delle temperature estreme T_{min}, T_{Max} devono essere espressi nella scala assoluta (scala Kelvin).
3) Nelle espressioni (2.*), (3.*) la grandezza Q_{ceduto} è da considerare positiva.

Problemi

P1) Una macchina termica ideale ha rendimento η=0,35.

a) Se la temperatura massima alla quale assorbe calore è T=550K, quale sarà la temperatura minima alla quale cede il calore?
b) Se si vuole aumentare il rendimento del 20%, sapendo che la temperatura massima è quella indicata sopra, quale deve essere la temperatura minima alla quale deve cedere il calore?

Elaborazioni

a) Utilizzando la relazione (1.*) per il rendimento della macchina termica in oggetto ricaviamo

$$T_{\min} = (1-\eta_C)\cdot T_{Max} = (1-0,35)\cdot 550K \simeq 358K$$

b) Per aumentare il rendimento della macchina, visto che è fissato il valore della temperatura massima di esercizio, dall'analisi della (1.*) si deduce che si deve diminuire il valore della temperatura minima (temperatura di scarico). Il nuovo rendimento deve essere $\eta'_C = 1,20\eta_C = 0,42$, pertanto deve risultare:

$$T'_{\min} = (1-\eta'_C)\cdot T_{Max} = (1-0,42)\cdot 550K \simeq 319K$$

P2) Il rendimento di una macchina termica ideale è η=0,25. Sapendo che la temperatura minima di esercizio è T=300K, nell'ipotesi che la temperatura massima resti invariata determinare di quanto deve diminuire la temperatura minima affinché il rendimento della macchina diventi pari a 0,28.

Elaborazioni

La temperatura massima di esercizio si deduce dalla (1.*) e risulta $T_{Max} = \frac{T_{\min}}{1-\eta_C} = \frac{300K}{1-0,25} = 400K$.

Volendo che il rendimento della macchina diventi $\eta'_C = 0,28$ a parità del valore della temperatura massima si dovrà avere un valore minore per la temperatura minima, precisamente dovrà essere $T_{\min} = (1-\eta'_C)\cdot T_{Max} = (1-0,28)\cdot 400K = 288K$

Quindi la temperatura minima deve diminuire di (300-288)K=12K.

P3) Una macchina termica ideale nel corso del suo ciclo assorbe la 3.000J di calore e compie un lavoro pari a 2.400J. Determinare la quantità di calore ceduto, il rendimento della macchina e il valore del rapporto tra la temperatura massima e quella minima di esercizio.

Elaborazioni

Dalla validità della relazione

$$Q_{assorbito} = L_{eseguito} + Q_{ceduto} \qquad (3.*)$$

si deduce che il calore ceduto alla temperatura più bassa è

$$Q_{ceduto} = Q_{assorbito} - L_{eseguito} = 3.000J - 2.400J = 600J$$

Il rendimento della macchina per definizione è pari al rapporto tra il lavoro eseguito e il calore assorbito, quindi $\eta_C = \frac{2.400J}{3.000J} = 0,8 = 80\%$.

Calcolo del rapporto delle temperature estreme di esercizio

Dal confronto delle due espressioni (1.*) , (2.*) per il rendimento della macchina termica ideale si deduce l'uguaglianza

$$\frac{T_{\min}}{T_{Max}} = \frac{Q_{ceduto}}{Q_{assorbito}} \quad \text{da cui} \quad \frac{T_{Max}}{T_{\min}} = \frac{3.000J}{600J} = 5$$

P4) Una macchina termica segue il ciclo di Carnot; l'espansione isoterma avviene alla temperatura di 250°C e la compressione isoterma alla temperatura di 120°C. Si sa inoltre che il gas utilizzato assorbe durante l'espansione (isoterma) 2.100J. Calcolare il lavoro compiuto dal gas nell'espansione isoterma e la quantità di calore ceduta nella compressione isoterma.

Elaborazioni

1) **Calcolo del lavoro compiuto dal gas nell'espansione isoterma**

Il **primo principio** mette in relazione il calore scambiato dal sistema gassoso con il lavoro eseguito e la variazione dell'energia interna subita dal gas in ogni trasformazione termodinamica. In simboli si pone $Q = L + \Delta U$, nella quale per convenzione il calore scambiato Q va considerato positivo quando è assorbito dal sistema e negativo quando viene ceduto dallo stesso all'ambiente esterno.

Ricordiamo che per un gas perfetto l'energia interna dipende solo dalla temperatura e quindi se questa rimane costante nella trasformazione non varia l'energia interna del sistema. Nel caso in esame la trasformazione è isoterma, quindi avviene a temperatura costante, perciò, essendo $\Delta U = 0$ si deduce che il calore assorbito nell'espansione isoterma coincide con il valore eseguito dal gas: L=2.100J.

2) Calcolo del calore ceduto nella compressione isoterma

2.1 Ricordiamo che una macchina che segue il **ciclo di Carnot** (costituito in successione da un'espansione **isoterma**, un'espansione **adiabatica**, una compressione **isoterma**, una compressione **adiabatica**) assorbe calore nell'espansione isoterma e cede calore nella compressione isoterma (infatti nelle trasformazioni adiabatiche non vi sono scambi di calore tra sistema e ambiente esterno).

2.2 Determiniamo innanzitutto il rendimento della macchina termica, quindi, utilizzando l'espressione del rendimento tramite le quantità di calore scambiate dal sistema (2.*) si potrà ricavare la quantità di calore ceduta.

$T_{\min} = 120°C = 393{,}15K$; $T_{Max} = 250°C = 523{,}15K$; $\eta_C = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{Max}} = 1 - \frac{393{,}15K}{523{,}15K} \simeq 0{,}248$

Procediamo con l'espressione del rendimento con le quantità di calore scambiate:

$\eta_C = 1 - \frac{Q_c}{Q_a}$, da cui $Q_c = Q_a \cdot (1 - \eta_C) = 2.100J \cdot (1 - 0{,}248) \simeq 1.579J$